

Chapitre 12 : Proportionnalité, pourcentages, échelle.

I. Définition, méthodes de calcul.

Def 1 : Un tableau à deux lignes est un tableau de proportionnalité lorsque l'on « passe » de la 1^o à la 2^o ligne en multipliant tous les nombres de la première ligne par le même coefficient.
Ce coefficient peut être relatif, décimal, fractionnaire... On l'appelle coefficient de proportionnalité.

Exemple :

Poids de tomates acheté (kg)	2	5	7	3
Prix à payer (Euros)	3	7,5	10,5	4,5

Dans cet exemple, le coefficient de proportionnalité est le prix au kg.

Méthode : pour calculer le coefficient de proportionnalité, il faut utiliser une colonne où l'on connaît les deux nombres.

Pour calculer le coefficient par lequel multiplier pour « descendre », on effectue, dans la colonne où l'on connaît les deux nombres, « nombre du bas » ÷ « nombre du haut ».

Pour calculer le coefficient par lequel multiplier pour « monter », on effectue la division inverse.

Rq1 : on peut aussi voir un tableau de proportionnalité comme des écritures fractionnaires égales, qui ont toutes la même valeur .

Ici, on a $\frac{2}{3} = \frac{5}{7,5} = \frac{7}{10,5} = \frac{3}{4,5}$.

Cependant, calculer une écriture fractionnaire aboutit souvent sur une valeur approchée, donc sur une approximation.

Pt^e 1 : Produits en croix.

Quels que soient les nombres a, b, x, y on a :

Si $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, alors $a \times y = b \times x$

Si $a \times y = b \times x$, alors $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$

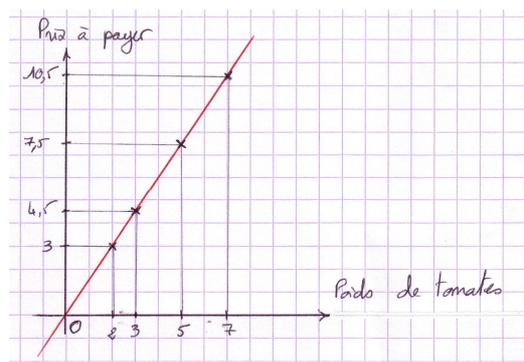
On peut utiliser cette propriété pour calculer des nombres dans un tableau de proportionnalité.

II. Interprétation graphique.

Pt^e 2 :

Si on place sur un graphique les points qui correspondent à un tableau de proportionnalité, on obtient des points alignés sur une droite qui passé par l'origine.

Réciproquement, une droite qui passe par l'origine représente toujours une proportionnalité.



III. Pourcentages

Def 2 : Quel que soit le nombre x ,

$x\%$ signifie " x centièmes" ou encore $\frac{x}{100}$

Exemples : Pourcentages écrites sous forme décimale.

$$18\% = \frac{18}{100} = 0,18$$

$$45,7\% = \frac{45,7}{100} = 0,457$$

$$5,41\% = \frac{5,41}{100} = 0,0541$$

Pté 3 :

écriture en % $\xleftrightarrow[\times 100]{\div 100}$ écriture décimale en 0,....

Rappel : Diviser par 100, c'est déplacer la virgule de 2 rangs vers la gauche (pour multiplier, c'est vers la droite).

Dans un nombre « sans virgule », la virgule est à la fin.

Méthode 1 : Dans un énoncé de problème, le mot « de » signifie en général « \times ».

Avec des fractions : « $\frac{2}{3}$ de 573 » signifie $\frac{2}{3} \times 573 = 382$

Avec des pourcentages : « 45,7% de 980 » signifie $45,7 \times 980 = 0,457 \times 980 = 447,86$.

Méthode 2 : Pour calculer le % d'un nombre par rapport à un autre.

Exemple : exprimer 83,2 comme un pourcentage de 325.

On calcule $\left\{ \begin{array}{l} \text{la partie} \rightarrow 83,2 \\ \text{le tout} \rightarrow 325 \end{array} \right. = 0,256$, on obtient le pourcentage sous forme décimale.

$$0,256 \rightarrow 0,256 \times 100 = 25,6\%$$

IV. Echelle

Def 3 : Lorsque les dimensions du dessin d'un objet et les dimensions réelles de cet objet sont proportionnelles, on appelle échelle et l'on notera e la grandeur suivante :

$$e = \frac{\text{longueur sur le dessin}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle est souvent écrite sous forme de fraction, avec un numérateur ou un dénominateur égal à

$$1 : \text{échelle } \frac{2}{1}, \text{ échelle } \frac{1}{10000}.$$